Chiziqli fazoda vektorlarning chiziqli erkliligi va chiziqli bog`langanligi

Turaxanov jaxongir utkir o'g'li
Termiz davlat pedagogika instituti
Jaxongirturaxanov1995@gmail.com
Ravshanova o'g'ilshod abdurashid qizi
Termiz davlat pedagogika instituti
matematika va informatika ta'lim yo'nalishi talabasi

Annotatsiya: *Ushbu ishda chiziqli fazoda vektorlarning chiziqli bog'langanligi va chiziqli erkliligi tushunchalari o'rganilgan.*

Kalit so'zlar*: bazis, chiziqli erkli sistema, chiziqli bog`liq sistema, sistemaning rangi, n o`lchovli arifmetik fazo, chiziqli qobiq*

N ta tartiblangan haqiqiy sonlar $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ dan tuzilgan $(\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$ n-likka n-o'lchovli vektor deb aytiladi va α_1, α_2 , ..., α_n larni vektorning koordinatalari deyiladi.

Barcha mumkin bo'lgan n -o'lchovli vektorlar to'plamini r^n bilan belgilaymiz. R^n dagi $a=(\alpha_1, \alpha_2, . . . ,\alpha_n)$ va $b=(\beta_1 ,\beta_2 , . . . , \beta_n)$ elementlarning tengligi, yig'indisini va r dan olingan λ soniga ko'paytmasini quyidagicha aniqlaymiz:

1). $(a=b) \Leftrightarrow (\alpha_1=\beta_1 , \alpha_2=\beta_2 , . . . , \alpha_n=\beta_n)$;

2). $a+b = (\alpha_1+\beta_1 , \alpha_2+\beta_2 , . . . , \alpha_n+\beta_n)$;

3). $\lambda a= (\lambda\alpha_1, \lambda\alpha_2, ... , \lambda\alpha_n)$. Tushunarliki, u holda $\forall a,b\in r^n$ uchun aqb$\in r^n$ hamda $\forall\lambda\in r$, $a\in r^n$ uchun $\lambda a\in r$ bajariladi. λ soniga ko'paytirish amali r^n dagi unar algebraik amal bo'lib, uni biz yozuvda qulaylik uchun ω_λ bilan belgilaymiz. (0 ,0, . . . , 0) vektor nol vektor deyiladi va0 bilan belgilanadi.

2) ga asosan a+0 =0 + a = a bo‘lgani uchun 0 vektor qo‘shish amaliga nisbatan neytral element bo‘ladi .

(- 1) $(\alpha_1, \alpha_2, . . . ,\alpha_n)$ vektorga a= $(\alpha_1, \alpha_2, . . . ,\alpha_n)$ ga qarama- karshi vektor deyiladi . A+(-1) a=0 bo‘lgani uchun (- 1) a= -a bilan belgilanadi .

1- ta’rif. R^n to‘plamga unda aniqlangan qo‘shish va songa ko‘paytirish amaliga nisbatan (ya’ni $\langle$ r^n ; + , ω_λ $\rangle$ algebraga n-o‘lchovli vektorlarning arifmetik fazosi (yoki qisqacha n- o‘lchovli arifmetik fazo) deyiladi. Biz uni r^n bilan belgilaymiz.

Vektorlarni qo‘shish va λ songa ko‘paytirish amallariga arifmetik fazo-ning asosiy amallari deyiladi.

$R^n =\langle r^n ; + , \omega_\lambda \rangle$ fazoning asosiy amallari quyidagi xossalarga ega:

1°. $\langle$ r^n ; + , $\omega_\lambda\rangle$ - algebra additiv abel gruppasi . 2°. Conga ko‘paytirish amali assotsiativ: ya’ni

$$\forall\ \alpha, \beta\in r,\ \forall\ a\in r^n \rightarrow (\alpha\cdot \beta)\cdot a=\alpha \cdot(\beta\cdot a).$$

3°. Songa ko‘paytirish qo‘shish amaliga nisbatan distrubitiv :

$$\forall\ \alpha \in r,\ \forall\ a,b\in r^n \rightarrow \alpha\cdot (a+b)=\alpha a+ \alpha b .$$

4°. Vektorga ko‘paytirish sonlarni qo‘shishga nisbatan distributiv, ya’ni $\forall\ \alpha, \beta\in r, \forall\ a\in r^n \rightarrow (\alpha + \beta)\cdot a=\alpha\cdot a+\beta\cdot a$.

5°. $\forall\ a\in r^n \rightarrow 1\cdot a= a$. Xossalarning o‘rinli ekanligiga bevosita tekshirib ko‘rish yo‘li bilan ishonch hosil qilish mumkin. Uni biz talabalarga havola qilamiz.

$\langle r^n ; + ,- \rangle$ -gruppaga r^n-arifmetik fazoning additiv gruppasi deyiladi.

Bizga r^n=v fazoning $a_1, a_2 , . . . , a_m$ vektorlari sistemasi berilgan bo‘lsin. $\lambda_1 a_1+ \lambda_2 a_2 + . . . +\lambda_m a_m$, ($\lambda_1 , \lambda_2 ,. . . ,\lambda_m \in r$) ifodaga

$A_1, a_2 , . . . , a_m$ vektorlar sistemasining chiziqli kombinatsiyasi deyiladi. Bu yerdagi $\lambda_1 , \lambda_2 , . . ,\lambda_m$ larga chiziqli kombinatsiyaning koeffitsientlari deyiladi. Agar koeffitsientlardan birortasi noldan farqli bo‘lsa, trivial bo‘lmagan, aks holda, ya’ni barcha koeffitsientlar nolga teng bo‘lsa, trivial chiziqli kombinatsiya deyiladi .

2- ta’rif. Agar hech bo‘lmaganda birortasi noldan farqli $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_m$ sonlari mavjud bo‘lib

$$\lambda_1 a_1+\lambda_2 a_2+... +\lambda_m a_m = 0 \qquad (1)$$

Tenglik bajarilsa, u holda

$$A_1, a_2, . . . , a_m \qquad (2)$$

Vektorlar sistemasi chiziqli bog‘langan deyiladi. Agarda (1) tenglik faqat va faqat λ_1 q λ_2 q. . . Qλ_m q 0 bo‘lgandagina bajarilsa, (2) vektorlar sistemasiga chiziqli bog‘lanmagan sistema deyiladi.

1°. Nol vektor yoki o‘zaro proporsional vektorlar qatnashgan har qanday vektorlar sistemasi chiziqli bog‘langandir. Haqiqatdan ham, agar 0, $a_2, ...,$ a_m vektorlar sistemasi berilgan bo‘lsa, u holda $\lambda_1 \neq 0$, $\lambda_2 =. . . =\lambda_m= 0$ deb olsak, $\lambda_1 0+ \lambda_2 a_2 + . . . +\lambda_m a_m = 0$ tenglik o‘rinli bo‘ladi. $A_1=\lambda a_2$ bo‘lsa

($\lambda \neq 0$), ham shunday isbotlanadi.

2°. $A_1,a_2, . . . ,a_m$ ($a_1 \neq 0$) vektorlar sistemasi chiziqli bog‘langan bo‘lishi uchun undagi birorta vektorning qolgan vektorning chiziqli kombinatsiyasi-dan iborat bo‘lishi zarur va yetarlidir.

Isboti. Zarurligi. $A_1, a_2, . . . , a_m$ ($a_1 \neq 0$) sistema chiziqli bog‘langan bo‘lsin. U holda

$$\lambda_1 a_1 +\lambda_2 a_2+ . . . +\lambda_m a_m= 0 \qquad (3)$$

Tenglik bajariladi va bunda $\lambda_1, \lambda_2, . . . ,\lambda_m$ larning hech bo‘lmasa birortasi noldan farqli. Masalan, $\lambda_k \neq 0$ va k shu shartni qanoatlantiruvchi eng katta indeks bo‘lsin. Bu yerda k>1, aks holda, $\lambda_2 =. . . =\lambda_m = 0$ deb olsak, $\lambda_1 a_1 = 0$ dan $\lambda_1= 0$ kelib chiqadi. (3) ni a_k ga nisbatan yechsak: $a_k =(-\lambda_1 /\lambda_k)a_1+(-\lambda_2 /\lambda_k)a_2+ . . . +(-\lambda_{k-1} /\lambda_k)a_{k-1}+ (-\lambda_{k+1} /\lambda_k)a_{k+1}+ . . . +(-\lambda_m /\lambda_k)a_m$ yoki $\lambda_s =(-\lambda_s /\lambda_k)$ deb belgilab olsak, $a_k =\lambda_1 a_1+\lambda_2 a_2+ . . . +\lambda_{k-1} a_{k-1}$ ga ega bo‘lamiz.

Yetarli sharti. Faraz etaylik $a_s=\lambda_1 a_1+\lambda_2 a_2+ . . . +\lambda_{s-1} a_{s-1} + \lambda_{s+1} a_{s+1}+ . . . +\lambda_m a_m$ bo‘lsin. U holda bu tenglikni $\lambda_1 a_1+\lambda_2 a_2+ . . . +\lambda_{s-1} a_{s-1} + \lambda_s a_s +\lambda_{s+1} a_{s+1}+ . . . +\lambda_m a_m =0$ ko‘rinishda yozish mumkin . Bu yerda $\lambda_s = - 1 \neq 0$ bo‘lgani uchun $a_1, a_2, . . . , a_m$ vektorlar sistemasi chiziqli bog‘langandir.

3°.agar berilgan sistemaning biror qismiy sistemasi chiziqli bog‘langan bo‘lsa, shu sistemaning o‘zi ham chiziqli bog‘langan bo‘ladi.

Isboti. $A_1, a_2, \ldots, a_k$ vektorlar sistemalari chiziqli bog‘langan bo‘lib $a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}, \ldots, a_m$ sistemaning qismi bo‘lsin. U holda hech bo‘lmasa birortasi noldan farqli $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$ sonlari mavjud bo‘lib $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \ldots + \lambda_k a_k = 0$ bo‘ladi. Bundan $\lambda_1 a_1 + \lambda_2 a_2 + \ldots + \lambda_k a_k + 0 a_{k+1} + \ldots + 0 a_m = 0$ va $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k, 0, \ldots, 0$ sonlarining hech bo‘lmasa birortasi noldan farqli.

Demak, ta’rifga asosan $a_1, a_2, \ldots, a_k, a_{k+1}, \ldots, a_m$ vektorlar sistemasi chiziqli bog‘langan.

Natija. Agar berilgan vektorlar sistemasi chiziqli bog‘lanmagan bo‘l-sa, uning ixtiyoriy qismiy sistemasi ham chiziqli bog‘lanmagandir.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. U.x.narzullayev a.s.soleev “kompleks sonlar nazariyasi” uslubiy qo’llanma samarqand 2011-yil.
2. D.i.yunusova “algebra va sonlar nazariyasi” o’quv qo’llanma toshkent 2009-yil